



COMMON CORE **STATE STANDARDS** **CALIFORNIA**

Adopted by the California State Board of Education August 2010 and modified January 2013



ESTÁNDARES ESTATALES COMUNES DE MATEMÁTICAS PARA EL ESTADO DE CALIFORNIA

Grade Five / Quinto grado



Council of Chief State School Officers
Common Core State Standards Spanish Language Version
Council of Chief State School Officers, Washington D.C.
2012 First Edition English/Spanish Language Version



TABLE OF CONTENTS

Acknowledgements	
Agradecimientos	1
Peer Reviews	
Validación profesional	2
Standards for Mathematical Practices	
Matemáticas estándares para las prácticas de las matemáticas	3
Overview	
Contenido general	9
Operations & Algebraic Thinking	
Operaciones y pensamiento algebraico	12
Number & Operations in Base Ten	
Número y operaciones en base diez	12
Number & Operations – Fractions	
Número y operaciones – Fracciones	14
Measurement & Data	
Medición y datos	17
Geometry	
Geometría	19

ACKNOWLEDGEMENTS

Committed to providing leadership, assistance and resources so that every student has access to an education that meets world class standards, the Council of Chief State School Officers, the California Department of Education and the San Diego County Office of Education recognize and extend their appreciation to all who contributed to this formidable endeavor.

AGRADECIMIENTOS

Comprometidos a ofrecer liderazgo, ayuda y recursos para que cada estudiante tenga acceso a una educación que cumpla con altas normas a nivel mundial, el Concilio de Jefes Estatales de Administradores Escolares, el Departamento de Educación de California y las Oficinas de Educación del Condado de San Diego, extienden su agradecimiento a todos aquellos que han contribuido a esta formidable labor.

ADVISORY COMMITTEE/COMITÉ ASESOR

Dr. Alma Flor Ada, University of San Francisco
Dr. Tom Adams, California Department of Education
Dr. Verónica Aguila, Butte County Office of Education
Dr. F. Isabel Campoy, Transformative Education Institute
Silvia Dorta-Duque de Reyes, San Diego County Office of Education
Lillian Pérez, California Department of Education
Carrie Heath Phillips, Council of Chief State School Officers
Mónica Nava, San Diego County Office of Education
Cliff Rudnick, California Department of Education

EDITORS/EDITORES

Dr. Alma Flor Ada, University of San Francisco
Dr. F. Isabel Campoy, Transformative Education Institute
Joan Commons, Greater San Diego Math Council
Silvia Dorta-Duque de Reyes, San Diego County Office of Education
Alicia de Gregorio, Academia Norteamericana de la lengua española
Izela Jacobo, Cajon Valley School District
Lillian Pérez, California Department of Education
Jameson Rienick, San Diego County Office of Education
Javier Salvador Guerrero, Mathematics Consultant
Mindy Shacklett, San Diego County Office of Education

TRANSLATORS/TRADUCTORES

Yossel Ayarzagotia
Gustavo Blankenburg
Teresa Ibarra
Avi Kotzer
Cruz Olguimar
Edna Romo
Delia Seyhun

PEER REVIEWS

A special note of thanks to the parents, teachers, administrators, and community members who served as peer reviewers:

Ana M. Applegate
Daniel Arellano
Fausto E. Baltazar
Gilberto D. Barrios
Adriana Brenes-Rios
Gonzalo de Alba
Charlotte Ford
Carmen Garces
Ana Celia García
Claudia Garcia
Olga González
María Heredia
Ana Hernández
Izela Jacobo
Jill Kerper-Mora
Olivia Leschick
Sandra Lineros
Roy López
Martín Macías
Edna Mikulanis
Antonio Mora
Karem Morales
Kris Nicholls
Nilda Ocasio
Cynthia Ortiz
Sylvia Padilla
Margarita Palacios
Janette Pérez
Lillian Pérez
Arlene Quintana-Rangel
Verónica Rodríguez
Fernando Rodríguez-Valls
Luz Elena Rosales
Silvina Rubinstein
Magdalena Ruz González
Martha Servin
Araceli Simeón-Luna
Olivia Yahya
Nieves Vera de Torres

VALIDACIÓN PROFESIONAL

Una nota especial de agradecimiento a los padres, maestros, administradores, y miembros de la comunidad que llevaron a cabo la validación profesional:

San Bernardino City Unified School District
San Bernardino City Unified School District
Cajon Valley Union School District
Vista Unified School District
San Bernardino City Unified School District
Fresno Unified School District
Contra Costa County Office of Education
Mount Diablo Unified School District
San Diego State University
Sweetwater Union High School District
Mexican-American Legal Defense and Education Fund
North Monterey Unified School District
San Bernardino City Unified School District
Cajon Valley Union School District
San Diego State University
Valley Center-Pauma Unified School District
Oak Grove Elementary School District
Lennox School District
Stanislaus County Office of Education
San Diego Unified School District
San Diego County Office of Education
Oak Grove Elementary School District
Riverside County Office of Education
Mount Vernon Community School
Hayward Unified School District
Long Beach Unified School District
North Monterey Unified School District
Santa Ana Unified School District
California Department of Education
San Bernardino Unified School District
Fresno Unified School District
San Diego State University
San Bernardino Unified School District
Los Angeles County Office of Education
Los Angeles County Office of Education
San Bernardino City Unified School District
Mexican-American Legal Defense and Education Fund
Saddleback Valley Unified School District
Girls Preparatory Bronx Community School

STANDARDS FOR MATHEMATICAL PRACTICES

The Standards for Mathematical Practice describe varieties of expertise that mathematics educators at all levels should seek to develop in their students. These practices rest on important “processes and proficiencies” with longstanding importance in mathematics education. The first of these are the NCTM process standards of problem solving, reasoning and proof, communication, representation, and connections. The second are the strands of mathematical proficiency specified in the National Research Council’s report *Adding It Up*: adaptive reasoning, strategic competence, conceptual understanding (comprehension of mathematical concepts, operations and relations), procedural fluency (skill in carrying out procedures flexibly, accurately, efficiently and appropriately), and productive disposition (habitual inclination to see mathematics as sensible, useful, and worthwhile, coupled with a belief in diligence and one’s own efficacy).

1. Make sense of problems and persevere in solving them.

Mathematically proficient students start by explaining to themselves the meaning of a problem and looking for entry points to its solution. They analyze givens, constraints, relationships, and goals. They make conjectures about the form and meaning of the solution and plan a solution pathway rather than simply jumping into a solution attempt. They consider analogous problems, and try special cases and simpler forms of the original problem in order to gain insight into its solution. They monitor and evaluate their progress and change course if necessary. Older students might, depending on the context of the problem, transform algebraic expressions or change the viewing window on their graphing calculator to get the information they need. Mathematically proficient students can explain correspondences between equations, verbal descriptions, tables, and graphs or draw diagrams of important features and relationships, graph data, and search for

ESTÁNDARES PARA LA PRÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

Los estándares para la práctica de las matemáticas describen la variedad de habilidades que los educadores de matemáticas a todos los niveles deben buscar desarrollar en sus estudiantes. Estas prácticas descansan en importantes “procesos y habilidades” con importancia trascendental en la educación matemática. Los primeros de estos son los procesos estándares del NCTM para solucionar problemas, razonando y comprobando, comunicación, representación y conexiones. Los segundos son los estándares de conocimientos especificados en el reporte del Consejo Nacional de Investigación “Adding It Up” (Sumándolo): razonamiento adaptativo, competencia estratégica, entendimiento conceptual (comprensión de conceptos matemáticos, operaciones y relaciones), fluidez en los procedimientos (destrezas para la realización de procedimientos de manera flexible, exacta, eficiente y apropiada), y una disposición productiva (la propensión a considerar que las matemáticas son sensatas, útiles e importantes, aunadas con la creencia en la rapidez y la eficacia propia).

1. Dan sentido a los problemas y perseveran en su resolución.

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas comienzan por explicar el significado del problema y a buscar puntos de partida para su resolución. Analizan los elementos dados, las limitaciones, las relaciones y los objetivos. Realizan conjeturas sobre la forma y el significado de la resolución y planean una vía de resolución en lugar de realizar un intento apresurado. Consideran problemas análogos y analizan casos especiales y versiones más simples del problema original dándoles ideas para como poder resolverlo. Monitorean y evalúan su progreso y cambian de dirección si es necesario. Estudiantes de mayor edad pueden, dependiendo del contexto del problema, convertir expresiones algebraicas o modificar la ventana de la calculadora gráfica para obtener la información que necesitan. Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas pueden explicar la correspondencia entre ecuaciones, descripciones verbales, tablas y gráficas, o dibujar diagramas de elementos y relaciones importantes, graficar datos, y buscar regularidades o tendencias.

regularity or trends. Younger students might rely on using concrete objects or pictures to help conceptualize and solve a problem. Mathematically proficient students check their answers to problems using a different method, and they continually ask themselves, “Does this make sense?” They can understand the approaches of others to solving complex problems and identify correspondences between different approaches.

2. Reason abstractly and quantitatively.

Mathematically proficient students make sense of quantities and their relationships in problem situations. They bring two complementary abilities to bear on problems involving quantitative relationships: the ability to decontextualize—to abstract a given situation and represent it symbolically and manipulate the representing symbols as if they have a life of their own, without necessarily attending to their referents—and the ability to contextualize, to pause as needed during the manipulation process in order to probe into the referents for the symbols involved. Quantitative reasoning entails habits of creating a coherent representation of the problem at hand; considering the units involved; attending to the meaning of quantities, not just how to compute them; and knowing and flexibly using different properties of operations and objects.

3. Construct viable arguments and critique the reasoning of others.

Mathematically proficient students understand and use stated assumptions, definitions, and previously established results in constructing arguments. They make conjectures and build a logical progression of statements to explore the truth of their conjectures. They are able to analyze situations by breaking them into cases, and can recognize and use counterexamples. They justify their conclusions, communicate them to others, and respond to the arguments of others. They reason inductively about data, making plausible arguments that take into

Estudiantes de menor edad pueden utilizar objetos concretos o imágenes que les ayuden a conceptualizar y resolver un problema. Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas pueden verificar sus respuestas utilizando un método diferente y preguntarse continuamente: ¿Tiene sentido? Pueden entender los enfoques de otros para solucionar problemas complejos e identificar correspondencias entre diferentes enfoques.

2. Razonan de forma abstracta y cuantitativa.

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas entienden las cantidades y como se relacionan dentro de un problema. Tienen dos habilidades complementarias que les ayudan a resolver problemas que involucran relaciones cuantitativas: la habilidad de descontextualizar – abstraer una situación dada y representarla simbólicamente, y manipular los símbolos representados como si éstos tuvieran vida propia, sin necesariamente prestar atención a sus referencias- y la habilidad de contextualizar, hacer pausas cuanto sea necesario durante el proceso de manipulación para comprobar las referencias para los símbolos involucrados. El razonamiento cuantitativo implica hábitos de la creación de una representación coherente del problema en mano, al considerar las unidades involucradas, poner atención al significado de las cantidades, no solamente como calcularlas; y conocer y utilizar con flexibilidad diferentes propiedades de las operaciones y objetos.

3. Construyen argumentos viables y critican el razonamiento de otros.

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas entienden y utilizan suposiciones, definiciones, y resultados previamente establecidos en la construcción de argumentos. Realizan conjeturas y construyen una progresión lógica de afirmaciones para explorar la veracidad de sus conjeturas. Son capaces de analizar las situaciones al dividir las en casos, y pueden reconocer y utilizar contraejemplos. Justifican sus conclusiones, se las transmiten a otros, y responden a los argumentos de otras personas. Razonan de forma inductiva sobre datos, haciendo argumentos plausibles que tomen en cuenta el contexto del que se originaron dichos datos.

account the context from which the data arose. Mathematically proficient students are also able to compare the effectiveness of two plausible arguments, distinguish correct logic or reasoning from that which is flawed, and—if there is a flaw in an argument—explain what it is. Elementary students can construct arguments using concrete referents such as objects, drawings, diagrams, and actions. Such arguments can make sense and be correct, even though they are not generalized or made formal until later grades. Later, students learn to determine domains to which an argument applies. Students at all grades can listen or read the arguments of others, decide whether they make sense, and ask useful questions to clarify or improve the arguments. **Students build proofs by induction and proofs by contradiction. CA**

4. Model with mathematics.

Mathematically proficient students can apply the mathematics they know to solve problems arising in everyday life, society, and the workplace. In early grades, this might be as simple as writing an addition equation to describe a situation. In middle grades, a student might apply proportional reasoning to plan a school event or analyze a problem in the community. By high school, a student might use geometry to solve a design problem or use a function to describe how one quantity of interest depends on another. Mathematically proficient students who can apply what they know are comfortable making assumptions and approximations to simplify a complicated situation, realizing that these may need revision later. They are able to identify important quantities in a practical situation and map their relationships using such tools as diagrams, two-way tables, graphs, flowcharts and formulas. They can analyze those relationships mathematically to draw conclusions. They routinely interpret their mathematical results in the context of the situation and reflect on whether the results make sense, possibly improving the model if it has not served its purpose.

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas también son capaces de comparar la efectividad de dos argumentos plausibles, distinguen una lógica o razonamiento correcto de otro que es erróneo, y — en caso de haber un error en el argumento— explican en qué consiste. Los estudiantes de educación primaria pueden construir argumentos utilizando referencias concretas como objetos, dibujos, diagramas, y acciones. Estos argumentos pueden tener sentido y ser correctos, aunque los mismos no se generalizan o se hacen formales hasta grados superiores. Más adelante, los estudiantes aprenden a determinar las áreas en las que un argumento aplica. Los estudiantes de todos los grados pueden escuchar o leer los argumentos de otros, decidir si tienen sentido y hacen preguntas útiles para clarificar o mejorar dichos argumentos. **Los estudiantes construyen pruebas por inducción y pruebas por contradicción. CA**

4. Representación a través de las matemáticas

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas pueden aplicar las matemáticas para resolver problemas de la vida cotidiana, la sociedad, y el trabajo. En los grados iniciales, esto puede ser tan simple como escribir una ecuación de suma para describir una situación. En los grados intermedios, es posible que un estudiante use razonamiento proporcional para planear un evento escolar o analizar un problema de la comunidad. En la preparatoria, un estudiante podrá usar la geometría para resolver un problema de diseño o usar una función para describir cómo una cantidad determinada depende de otra. Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas que pueden aplicar lo que saben se sienten cómodos al desarrollar suposiciones y aproximaciones para hacer más simple una situación compleja, y entender que dichas suposiciones se pudieran revisar más tarde. Son capaces de identificar cantidades importantes en una situación práctica y expresar las relaciones usando herramientas como diagramas, tablas de doble entrada, gráficas, flow charts, y fórmulas. Pueden analizar matemáticamente dichas relaciones para sacar conclusiones. Interpretan rutinariamente sus resultados matemáticos dentro del contexto de la situación y analizan si los resultados tienen sentido, y posiblemente mejoran el procedimiento si éste no ha cumplido su propósito.

5. Use appropriate tools strategically.

Mathematically proficient students consider the available tools when solving a mathematical problem. These tools might include pencil and paper, concrete models, a ruler, a protractor, a calculator, a spreadsheet, a computer algebra system, a statistical package, or dynamic geometry software. Proficient students are sufficiently familiar with tools appropriate for their grade or course to make sound decisions about when each of these tools might be helpful, recognizing both the insight to be gained and their limitations. For example, mathematically proficient high school students analyze graphs of functions and solutions generated using a graphing calculator. They detect possible errors by strategically using estimation and other mathematical knowledge. When making mathematical models, they know that technology can enable them to visualize the results of varying assumptions, explore consequences, and compare predictions with data. Mathematically proficient students at various grade levels are able to identify relevant external mathematical resources, such as digital content located on a website, and use them to pose or solve problems. They are able to use technological tools to explore and deepen their understanding of concepts.

6. Attend to precision.

Mathematically proficient students try to communicate precisely to others. They try to use clear definitions in discussion with others and in their own reasoning. They state the meaning of the symbols they choose, including using the equal sign consistently and appropriately. They are careful about specifying units of measure, and labeling axes to clarify the correspondence with quantities in a problem. They calculate accurately and efficiently, express numerical answers with a degree of precision appropriate for the problem context. In the elementary grades, students give carefully formulated explanations to each other. By the time they reach high school they have learned to examine claims and make explicit use of definitions.

5. Utilizan las herramientas apropiadas estratégicamente.

Los estudiantes con un buen dominio de las matemáticas consideran las herramientas disponibles durante la resolución de problemas matemáticos. Estas herramientas pueden incluir lápiz y papel, modelos concretos, una regla, un transportador, una calculadora, una hoja de cálculo, un sistema algebraico, un paquete estadístico, o un programa de geometría dinámica. Los estudiantes proficientes están suficientemente familiarizados con las herramientas apropiadas al nivel de grado o curso y pueden tomar decisiones acertadas para determinar si las herramientas son útiles en un momento dado y reconocen las limitaciones de las mismas. Por ejemplo, los estudiantes proficientes de la preparatoria analizan las gráficas de funciones y soluciones generados usando una calculadora gráfica. Detectan posibles errores estratégicamente a través de estimaciones y conocimientos matemáticos. Al realizar modelos matemáticos, saben que la tecnología puede ayudarlos a visualizar los resultados de las diversas suposiciones, explorar las consecuencias y comparar las predicciones con los datos. Los estudiantes proficientes en matemáticas de varios niveles de grados, pueden identificar recursos matemáticos relevantes y externos como el contenido digital en una página Web, y usarlos para plantear o resolver problemas. Son capaces de usar herramientas tecnológicas para explorar y profundizar su entendimiento de los conceptos.

6. Ponen atención a la precisión.

Los estudiantes proficientes en matemáticas tratan de comunicarse con precisión con otras personas. Tratan de usar definiciones claras durante un debate o en sus razonamientos propios. Comunican el significado de los símbolos que han elegido, incluyendo el uso del signo de igualdad apropiada y consistentemente. Son cuidadosos al especificar unidades de medición, y al etiquetar ejes para clarificar la correspondencia con las cantidades en un problema. Calculan correcta y eficientemente, expresan respuestas numéricas con un grado de precisión apropiado al contexto del problema. En los grados primarios, los estudiantes comparten explicaciones cuidadosamente formuladas. Cuando pasan a preparatoria ya han aprendido a examinar reclamaciones y hacer uso explícito de definiciones.

7. Look for and make use of structure.

Mathematically proficient students look closely to discern a pattern or structure. Young students, for example, might notice that three and seven more is the same amount as seven and three more, or they may sort a collection of shapes according to how many sides the shapes have. Later, students will see 7×8 equals the well-remembered $7 \times 5 + 7 \times 3$, in preparation for learning about the distributive property. In the expression $x^2 + 9x + 14$, older students can see the 14 as 2×7 and the 9 as $2 + 7$. They recognize the significance of an existing line in a geometric figure and can use the strategy of drawing an auxiliary line for solving problems. They also can step back for an overview and shift perspective. They can see complicated things, such as some algebraic expressions, as single objects or as being composed of several objects. For example, they can see $5 - 3(x - y)^2$ as 5 minus a positive number times a square and use that to realize that its value cannot be more than 5 for any real numbers x and y .

8. Look for and express regularity in repeated reasoning.

Mathematically proficient students notice if calculations are repeated, and look both for general methods and for shortcuts. Upper elementary students might notice when dividing 25 by 11 that they are repeating the same calculations over and over again, and conclude they have a repeating decimal. By paying attention to the calculation of slope as they repeatedly check whether points are on the line through (1, 2) with slope 3, middle school students might abstract the equation $(y - 2)/(x - 1) = 3$. Noticing the regularity in the way terms cancel when expanding $(x - 1)(x + 1)$, $(x - 1)(x^2 + x + 1)$, and $(x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1)$ might lead them to the general formula for the sum of a geometric series. As they work to solve a problem, mathematically proficient students maintain oversight of the process, while attending to the details. They continually evaluate the reasonableness of their intermediate results.

7. Reconocen y utilizan estructuras.

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas miran con atención para distinguir patrones y estructuras. Los estudiantes menores, por ejemplo, pueden darse cuenta que tres y siete es la misma cantidad que siete y tres, o pueden organizar una colección de figuras de acuerdo a los lados que tengan. Más adelante, los estudiantes verán que 7×8 es igual a lo ya conocido $7 \times 5 + 7 \times 3$, en preparación para aprender acerca de la propiedad distributiva. En la expresión $x^2 + 9x + 14$, los estudiantes mayores pueden ver que 14 es 2×7 y que 9 es $2 + 7$. Reconocen el significado de una línea que existe en una figura geométrica y pueden usar la estrategia de dibujar una línea auxiliar para resolver problemas. También pueden tomar un paso atrás para tener una visión general y un cambio de perspectiva. Pueden ver algo complejo, tal y como expresiones algebraicas, como elementos individuales o como un compuesto de varios elementos. Por ejemplo, pueden ver $5 - 3(x - y)^2$ como 5 menos un número positivo multiplicando un/al cuadrado y usar esa información para darse cuenta que su valor no puede ser mayor que 5 para cualquier número real x e y .

8. Reconocen y expresan regularidad en el razonamiento repetitivo.

Los estudiantes proficientes en matemáticas pueden darse cuenta si los cálculos se repiten, y buscan tanto métodos generales como atajos/abreviados. Los estudiantes de grados superiores en la escuela primaria tal vez pueden darse cuenta que al dividir 25 entre 11, se repiten los mismos cálculos una y otra vez, y concluyen que hay un decimal que se repite. Al poner atención al cálculo de la pendiente al mismo tiempo que comprueban constantemente si los puntos pertenecen a una línea que pasa por el punto (1, 2) con la pendiente 3, los estudiantes de secundaria posiblemente podrán extraer la ecuación $(y - 2)/(x - 1) = 3$. Al notar la regularidad de la forma en que los términos se cancelan al ampliar $(x - 1)(x + 1)$, $(x - 1)(x^2 + x + 1)$ y $(x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1)$ puede llevarlos a la fórmula general de la suma de una serie geométrica. Al tratar de resolver un problema, los estudiantes proficientes en matemáticas, mantienen el control del proceso, mientras se ocupan de los detalles. Evalúan continuamente que tan razonables son sus resultados intermedios.

Connecting the Standards for Mathematical Practice to the Standards for Mathematical Content.

The Standards for Mathematical Practice describe ways in which developing student practitioners of the discipline of mathematics increasingly ought to engage with the subject matter as they grow in mathematical maturity and expertise throughout the elementary, middle and high school years. Designers of curricula, assessments, and professional development should all attend to the need to connect the mathematical practices to mathematical content in mathematics instruction.

The Standards for Mathematical Content are a balanced combination of procedure and understanding. Expectations that begin with the word “understand” are often especially good opportunities to connect the practices to the content. Students who lack understanding of a topic may rely on procedures too heavily. Without a flexible base from which to work, they may be less likely to consider analogous problems, represent problems coherently, justify conclusions, apply the mathematics to practical situations, use technology mindfully to work with the mathematics, explain the mathematics accurately to other students, step back for an overview, or deviate from a known procedure to find a shortcut. In short, a lack of understanding effectively prevents a student from engaging in the mathematical practices.

In this respect, those content standards which set an expectation of understanding are potential “points of intersection” between the Standards for Mathematical Content and the Standards for Mathematical Practice. These points of intersection are intended to be weighted toward central and generative concepts in the school mathematics curriculum that most merit the time, resources, innovative energies, and focus necessary to qualitatively improve the curriculum, instruction, assessment, professional development, and student achievement in mathematics.

El conectar los estándares de las prácticas matemáticas con los estándares del contenido matemático.

Los estándares de las prácticas matemáticas describen la manera en las cuales los estudiantes de la disciplina de las matemáticas, deberían involucrarse en la materia a medida que adquieren madurez y experiencia en el campo de las matemáticas durante sus años de la escuela primaria, la escuela secundaria y la preparatoria. Los diseñadores de los planes de estudio, de las evaluaciones, y de la capacitación profesional deben tomar en cuenta la necesidad de conectar las prácticas matemáticas con el contenido matemático durante la enseñanza.

Los estándares para el contenido matemático son una combinación equilibrada de procedimientos y entendimiento. Las expectativas que comienzan con la palabra “entender” constituyen una buena oportunidad para relacionar la práctica con el contenido. Los estudiantes que no tienen un conocimiento amplio sobre un tema pueden depender demasiado de procedimientos. Si no tienen una base flexible que les ayude a trabajar, tendrán menos posibilidades para resolver problemas analógicos, representar problemas coherentemente, justificar sus conclusiones, aplicar las matemáticas a situaciones prácticas, utilizar recursos tecnológicos conscientemente, explicar matemáticas a otros estudiantes, tener una visión general, o desviarse de un procedimiento conocido para encontrar una manera más sencilla. En resumidas cuentas, un estudiante que no tenga los conocimientos necesarios no podrá desenvolverse en las prácticas matemáticas.

A este respecto, esos estándares de contenido que establecen expectativas de entendimiento son potencialmente “puntos de intersección” entre los Estándares del contenido matemático y los de Estándares para la práctica de las matemáticas. Estos puntos de intersección están basados en conceptos centrales y generativos dentro de los planes escolares para el estudio de matemáticas dignos de recibir el mérito del tiempo, recursos, energía innovadora, y el enfoque necesario y cualitativo para mejorar el plan de estudio, la enseñanza, la evaluación, la capacitación del profesorado, el aprovechamiento de los estudiantes en matemáticas.

GRADE FIVE

In grade 5, instructional time should focus on three critical areas: (1) developing fluency with addition and subtraction of fractions, and developing understanding of the multiplication of fractions and of division of fractions in limited cases (unit fractions divided by whole numbers and whole numbers divided by unit fractions); (2) extending division to two-digit divisors, integrating decimal fractions into the place value system and developing understanding of operations with decimals to hundredths, and developing fluency with whole number and decimal operations; and (3) developing understanding of volume.

(1) Students apply their understanding of fractions and fraction models to represent the addition and subtraction of fractions with unlike denominators as equivalent calculations with like denominators. They develop fluency in calculating sums and differences of fractions, and make reasonable estimates of them. Students also use the meaning of fractions, of multiplication and division, and the relationship between multiplication and division to understand and explain why the procedures for multiplying and dividing fractions make sense. (Note: this is limited to the case of dividing unit fractions by whole numbers and whole numbers by unit fractions.)

(2) Students develop understanding of why division procedures work based on the meaning of base-ten numerals and properties of operations. They finalize fluency with multi-digit addition, subtraction, multiplication, and division. They apply their understandings of models for decimals, decimal notation, and properties of operations to add and subtract decimals to hundredths. They develop fluency in these computations, and make reasonable estimates of their results. Students use the relationship between decimals and fractions, as well as the relationship between finite decimals and whole numbers (i.e., a finite

QUINTO GRADO

En quinto grado, el tiempo de enseñanza debe enfocarse en tres aspectos críticos: (1) el desarrollar fluidez en la suma y resta de fracciones, y el desarrollar la comprensión de la multiplicación y la división de fracciones en casos limitados (fracciones unitarias divididas entre números enteros y números enteros divididos entre fracciones unitarias); (2) el ampliar la división a divisores de dos dígitos, integrar las fracciones decimales en el sistema del valor posicional y desarrollar la comprensión de las operaciones con decimales hasta las centésimas, y desarrollar fluidez con los números enteros y operaciones decimales; y (3) el desarrollar la comprensión del volumen.

(1) Los estudiantes aplican su comprensión de las fracciones y los modelos de fracciones para representar la suma y resta de fracciones con distintos denominadores como cálculos equivalentes con denominadores comunes. Desarrollan la fluidez en el cálculo de sumas y diferencias de fracciones, y hacen estimaciones razonables de las mismas. Los estudiantes también utilizan el significado de las fracciones, de la multiplicación y división, y la relación entre la multiplicación y la división para entender y explicar por qué los procedimientos para multiplicar y dividir fracciones tienen sentido. (Nota: esto se limita al caso de dividir fracciones unitarias entre números enteros y números enteros entre fracciones unitarias.)

(2) Los estudiantes desarrollan la comprensión de por qué los procedimientos de división funcionan basados en el significado de los numerales en base-diez y propiedades de las operaciones. Completan la fluidez en la suma, resta, multiplicación y división de varios dígitos. Aplican su comprensión de los modelos para los decimales, la notación decimal y las propiedades de las operaciones para sumar y restar decimales hasta las centésimas. Desarrollan la fluidez en estos cálculos, y hacen estimaciones razonables de sus resultados. Los estudiantes usan la relación entre decimales y fracciones, así como la relación entre decimales finitos y números enteros (e.g., un decimal finito multiplicado por una potencia

decimal multiplied by an appropriate power of 10 is a whole number), to understand and explain why the procedures for multiplying and dividing finite decimals make sense. They compute products and quotients of decimals to hundredths efficiently and accurately.

- (3) Students recognize volume as an attribute of three-dimensional space. They understand that volume can be measured by finding the total number of same-size units of volume required to fill the space without gaps or overlaps. They understand that a 1-unit by 1-unit by 1-unit cube is the standard unit for measuring volume. They select appropriate units, strategies, and tools for solving problems that involve estimating and measuring volume. They decompose three-dimensional shapes and find volumes of right rectangular prisms by viewing them as decomposed into layers of arrays of cubes. They measure necessary attributes of shapes in order to determine volumes to solve real-world and mathematical problems.

adecuada de 10 es un número entero), para comprender y explicar por qué los procedimientos para multiplicar y dividir decimales finitos tienen sentido. Calculan de manera eficaz y precisa, los productos y los cocientes de decimales hasta las centésimas.

- (3) Los estudiantes reconocen el volumen como un atributo del espacio tridimensional. Entienden que el volumen se puede medir al encontrar el número total de unidades del mismo tamaño de volumen requeridas para llenar el espacio sin vacíos o superposiciones. Entienden que una 1-unidad por 1-unidad por 1-unidad cúbica es la unidad estándar para medir el volumen. Seleccionan las unidades, estrategias y herramientas adecuadas para la solución de problemas que implican el cálculo y la medición de volumen. Descomponen figuras tridimensionales y encuentran los volúmenes de prismas rectangulares rectos al verlos descompuestos en capas de matrices de cubos. Miden los atributos necesarios de las figuras con el fin de determinar los volúmenes para resolver problemas matemáticos y del mundo real.

MATHEMATICAL PRACTICES

1. Make sense of problems and persevere in solving them.
2. Reason abstractly and quantitatively.
3. Construct viable arguments and critique the reasoning of others.
4. Model with mathematics.
5. Use appropriate tools strategically.
6. Attend to precision.
7. Look for and make use of structure.
8. Look for and express regularity in repeated reasoning.

PRÁCTICAS MATEMÁTICAS

1. Entienden problemas y perseveran en resolverlos.
2. Razonan de manera abstracta y cuantitativa.
3. Construyen argumentos viables y critican el razonamiento de otros.
4. Realizan modelos matemáticos.
5. Utilizan estratégicamente las herramientas apropiadas.
6. Ponen atención a la precisión.
7. Buscan y utilizan estructuras.
8. Buscan y expresan regularidad en razonamientos repetitivos.

GRADE FIVE OVERVIEW

Operations and Algebraic Thinking

- Write and interpret numerical expressions.
- Analyze patterns and relationships.

Number and Operations in Base Ten

- Understand the place value system.
- Perform operations with multi-digit whole numbers and with decimals to hundredths.

Number and Operations - Fractions

- Use equivalent fractions as a strategy to add and subtract fractions.
- Apply and extend previous understandings of multiplication and division to multiply and divide fractions.

Measurement and Data

- Convert like measurement units within a given measurement system.
- Represent and interpret data.
- Geometric measurement: understand concepts of volume and relate volume to multiplication and to addition.

Geometry

- Graph points on the coordinate plane to solve real-world and mathematical problems.
- Classify two-dimensional figures into categories based on their properties.

QUINTO GRADO CONTENIDO GENERAL

Operaciones y pensamiento algebraico

- Escriben e interpretan expresiones numéricas.
- Analizan patrones y relaciones.

Números y operaciones en base diez

- Comprenden el sistema de valor posicional.
- Efectúan cálculos con números enteros de múltiples dígitos y con decimales hasta las centésimas.

Números y operaciones - Fracciones

- Utilizan las fracciones equivalentes como una estrategia para sumar y restar fracciones.
- Aplican y extienden conocimientos previos de multiplicación y división para multiplicar y dividir fracciones.

Medición y datos

- Convierten unidades de medida equivalentes dentro de un mismo sistema de medición.
- Representan e interpretan datos.
- Medición geométrica: entienden los conceptos sobre volumen y relacionan el volumen a la multiplicación y a la suma.

Geometría

- Representan puntos gráficos en un plano de coordenadas para resolver problemas matemáticos del mundo real.
- Clasifican figuras bidimensionales en categorías según sus propiedades.

Write and interpret numerical expressions.

1. Use parentheses, brackets, or braces in numerical expressions, and evaluate expressions with these symbols.
2. Write simple expressions that record calculations with numbers, and interpret numerical expressions without evaluating them. *For example, express the calculation “add 8 and 7, then multiply by 2” as $2 \times (8 + 7)$. Recognize that $3 \times (18932 + 921)$ is three times as large as $18932 + 921$, without having to calculate the indicated sum or product.*

2.1. Express a whole number in the range 2-50 as a product of its prime factors. For example, find the prime factors of 24 and express 24 as $2 \times 2 \times 2 \times 3$. (CA)

Analyze patterns and relationships.

3. Generate two numerical patterns using two given rules. Identify apparent relationships between corresponding terms. Form ordered pairs consisting of corresponding terms from the two patterns, and graph the ordered pairs on a coordinate plane. *For example, given the rule “Add 3” and the starting number 0, and given the rule “Add 6” and the starting number 0, generate terms in the resulting sequences, and observe that the terms in one sequence are twice the corresponding terms in the other sequence. Explain informally why this is so.*

Understand the place value system.

1. Recognize that in a multi-digit number, a digit in one place represents 10 times as much as it represents in the place to its right and $\frac{1}{10}$ of what it represents in the place to its left.

Escriben e interpretan expresiones numéricas.

1. Utilizan paréntesis, corchetes o llaves en expresiones numéricas, y evalúan expresiones con estos símbolos.
2. Escriben expresiones simples que contengan cálculos numéricos, e interpretan expresiones numéricas sin evaluarlas. *Por ejemplo, expresan el cálculo “suma 8 más 7, luego multiplica por 2” como $2 \times (8 + 7)$. Reconocen que $3 \times (18,932 + 921)$ es tres veces mayor que $18,932 + 921$, sin tener que calcular la suma o producto indicado.*

2.1 Expresan un número entero en el rango de 2 a 50 como el producto de factores primos. Por ejemplo, hallan los factores primos de 24 y expresar 24 como $2 \times 2 \times 2 \times 3$. (CA)

Analizan patrones y relaciones.

3. Generan dos patrones numéricos utilizando dos reglas dadas. Identifican la relación aparente entre términos correspondientes. Forman pares ordenados que consisten de los términos correspondientes de ambos patrones, y marcan los pares ordenados en un plano de coordenadas. *Por ejemplo, dada la regla “Sumar 3” y el número inicial 0, y dada la regla “Sumar 6” y el número inicial 0, generan los términos en cada secuencia y observan que cada término de una secuencia, es el doble que el término correspondiente en la otra secuencia. Explican informalmente por qué esto es así.*

Comprenden el sistema de valor posicional.

1. Reconocen que en un número de varios dígitos, cualquier dígito en determinado lugar representa 10 veces lo que representa el mismo dígito en el lugar a su derecha y $\frac{1}{10}$ de lo que representa en el lugar a su izquierda.

2. Explain patterns in the number of zeros of the product when multiplying a number by powers of 10, and explain patterns in the placement of the decimal point when a decimal is multiplied or divided by a power of 10. Use whole-number exponents to denote powers of 10.
3. Read, write, and compare decimals to thousandths.
 - a. Read and write decimals to thousandths using base-ten numerals, number names, and expanded form, e.g., $347.392 = 3 \times 100 + 4 \times 10 + 7 \times 1 + 3 \times (\frac{1}{10}) + 9 \times (\frac{1}{100}) + 2 \times (\frac{1}{1000})$.
 - b. Compare two decimals to thousandths based on meanings of the digits in each place, using $>$, $=$, and $<$ symbols to record the results of comparisons.
4. Use place value understanding to round decimals to any place.

Perform operations with multi-digit whole numbers and with decimals to hundredths.

5. Fluently multiply multi-digit whole numbers using the standard algorithm.
6. Find whole-number quotients of whole numbers with up to four-digit dividends and two-digit divisors, using strategies based on place value, the properties of operations, and/or the relationship between multiplication and division. Illustrate and explain the calculation by using equations, rectangular arrays, and/or area models.
7. Add, subtract, multiply, and divide decimals to hundredths, using concrete models or drawings and strategies based on place value, properties of operations, and / or the relationship between addition and subtraction; relate the strategy to a written method and explain the reasoning used.

2. Explican los patrones en la cantidad de ceros que tiene un producto cuando se multiplica un número por una potencia de 10, y explican los patrones en la posición del punto decimal cuando hay que multiplicar o dividir un decimal por una potencia de 10. Utilizan números enteros como exponentes para denotar la potencia de 10.
3. Leen, escriben, y comparan decimales hasta las milésimas.
 - a. Leen, escriben y comparan decimales hasta las milésimas usando números de base diez, los nombres de los números y su forma desarrollada; por ejemplo, $347.392 = 3 \times 100 + 4 \times 10 + 7 \times 1 + 3 \times (\frac{1}{10}) + 9 \times (\frac{1}{100}) + 2 \times (\frac{1}{1000})$.
 - b. Comparan dos decimales hasta las milésimas basándose en el valor de los dígitos en cada lugar, utilizando los símbolos $>$, $=$ y $<$ para anotar los resultados de las comparaciones.
4. Utilizan el entendimiento del valor de posición para redondear decimales a cualquier lugar.

Efectúan cálculos con números enteros de múltiples dígitos y con decimales hasta las centésimas.

5. Multiplican números enteros de varios dígitos con fluidez, utilizando el algoritmo convencional.
6. Hallan números enteros como cocientes de números enteros con dividendos de hasta cuatro dígitos y divisores de dos dígitos, utilizando estrategias basadas en el valor de posición, las propiedades de las operaciones, y/o la relación entre la multiplicación y la división. Ilustran y explican el cálculo utilizando ecuaciones, matrices rectangulares y modelos de área.
7. Suman, restan, multiplican, y dividen decimales hasta las centésimas utilizando modelos concretos o dibujos y estrategias basadas en el valor de posición, las propiedades de las operaciones y la relación entre la suma y la resta; relacionan la estrategia a algún método escrito y explican el razonamiento empleado.

Use equivalent fractions as a strategy to add and subtract fractions.

1. Add and subtract fractions with unlike denominators (including mixed numbers) by replacing given fractions with equivalent fractions in such a way as to produce an equivalent sum or difference of fractions with like denominators. *For example, $\frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{8}{12} + \frac{15}{12} = \frac{23}{12}$. (In general, $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$.)*
2. Solve word problems involving addition and subtraction of fractions referring to the same whole, including cases of unlike denominators, e.g., by using visual fraction models or equations to represent the problem. Use benchmark fractions and number sense of fractions to estimate mentally and assess the reasonableness of answers. *For example, recognize an incorrect result $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{3}{7}$, by observing that $\frac{3}{7} < \frac{1}{2}$.*

Apply and extend previous understandings of multiplication and division to multiply and divide fractions.

3. Interpret a fraction as division of the numerator by the denominator ($\frac{a}{b} = a \div b$). Solve word problems involving division of whole numbers leading to answers in the form of fractions or mixed numbers, e.g., by using visual fraction models or equations to represent the problem. *For example, interpret $\frac{3}{4}$ as the result of dividing 3 by 4, noting that $\frac{3}{4}$ multiplied by 4 equals 3, and that when 3 wholes are shared equally among 4 people each person has a share of size $\frac{3}{4}$. If 9 people want to share a 50-pound sack of rice equally by weight, how many pounds of rice should each person get? Between what two whole numbers does your answer lie?*
4. Apply and extend previous understandings of multiplication to multiply a fraction or whole number by a fraction.

Utilizan las fracciones equivalentes como una estrategia para sumar y restar fracciones.

1. Suman y restan fracciones con denominadores distintos (incluyendo números mixtos) reemplazando las fracciones dadas por fracciones equivalentes de tal forma que produzcan una suma equivalente o una resta con denominadores comunes. *Por ejemplo, $\frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{8}{12} + \frac{15}{12} = \frac{23}{12}$. (En general, $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$.)*
2. Resuelven problemas verbales de suma y resta de fracciones que se refieran a un entero, incluyendo casos de denominadores distintos, por ejemplo, al emplear modelos visuales de fracciones o ecuaciones para representar el problema. Utilizan las fracciones de referencia y el sentido numérico para hacer cálculos mentales y evaluar la lógica de las respuestas. *Por ejemplo, reconocen como incorrecto el resultado $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{3}{7}$, observando que $\frac{3}{7} < \frac{1}{2}$.*

Aplican y extienden conocimientos previos de multiplicación y división para multiplicar y dividir fracciones.

3. Interpretan una fracción como la división del numerador por el denominador ($\frac{a}{b} = a \div b$). Resuelven problemas verbales relacionados a la división de números enteros que resulten en fracciones o números mixtos por ejemplo, emplean modelos visuales de fracciones o ecuaciones para representar el problema. *Por ejemplo, al interpretar $\frac{3}{4}$ como el resultado de la división de 3 entre 4, notando que $\frac{3}{4}$ multiplicados por 4 es igual a 3, y que cuando se comparten igualmente 3 enteros entre 4 personas, cada persona termina con una parte de $\frac{3}{4}$ de tamaño. Si 9 personas quieren compartir, por igual y en base al peso, un saco de arroz de 50 libras, ¿cuántas libras de arroz debe recibir cada persona? ¿Entre qué números enteros se encuentra la respuesta?*
4. Aplican y extienden conocimientos previos sobre la multiplicación para multiplicar una fracción o un número entero por una fracción.

- | | |
|--|---|
| <p>a. Interpret the product $(a/b) \times q$ as a parts of a partition of q into b equal parts; equivalently, as the result of a sequence of operations $a \times q \div b$. For example, use a visual fraction model to show $(2/3) \times 4 = 8/3$, and create a story context for this equation. Do the same with $(2/3) \times (4/5) = 8/15$. (In general, $(a/b) \times (c/d) = ac/bd$).</p> <p>b. Find the area of a rectangle with fractional side lengths by tiling it with unit squares of the appropriate unit fraction side lengths, and show that the area is the same as would be found by multiplying the side lengths. Multiply fractional side lengths to find areas of rectangles, and represent fraction products as rectangular areas.</p> <p>5. Interpret multiplication as scaling (resizing), by:</p> <p>a. Comparing the size of a product to the size of one factor on the basis of the size of the other factor, without performing the indicated multiplication.</p> <p>b. Explaining why multiplying a given number by a fraction greater than 1 results in a product greater than the given number (recognizing multiplication by whole numbers greater than 1 as a familiar case); explaining why multiplying a given number by a fraction less than 1 results in a product smaller than the given number; and relating the principle of fraction equivalence $a/b = (n \times a) / (n \times b)$ to the effect of multiplying a/b by 1.</p> <p>6. Solve real world problems involving multiplication of fractions and mixed numbers, e.g., by using visual fraction models or equations to represent the problem.</p> | <p>a. Interpretan el producto $(a/b) \times q$ como tantas partes a de la repartición de q en partes iguales de b; de manera equivalente, como el resultado de la secuencia de operaciones $a \times q \div b$. Por ejemplo, al emplear un modelo visual de fracciones para representar $(2/3) \times 4 = 8/3$, y crear un contexto para esta ecuación. Hacen lo mismo con $(2/3) \times (4/5) = 8/15$. (En general, $(a/b) \times (c/d) = ac/bd$).</p> <p>b. Hallan el área de un rectángulo cuyos lados se miden en unidades fraccionarias, cubriéndolo con unidades cuadradas de la unidad fraccionaria correspondiente a sus lados, y demuestran que el área sería la misma que se hallaría si se multiplicaran las longitudes de los lados. Multiplican los números fraccionarios de las longitudes de los lados para hallar el área de rectángulos, y representar los productos de las fracciones como áreas rectangulares.</p> <p>5. Interpretan la multiplicación como el poner a escala (cambiar el tamaño de) al:</p> <p>a. Comparan el tamaño de un producto al tamaño de un factor en base al tamaño del otro factor, sin efectuar la multiplicación indicada.</p> <p>b. Explican por qué al multiplicar un determinado número por una fracción mayor que 1 se obtiene un producto mayor que el número dado (reconocen la multiplicación de números enteros mayores que 1 como un caso común); explican por qué la multiplicación de determinado número por una fracción menor que 1 resulta en un producto menor que el número dado; y relacionan el principio de las fracciones equivalentes $a/b = (n \times a) / (n \times b)$ con el fin de multiplicar a/b por 1.</p> <p>6. Resuelven problemas del mundo real relacionados a la multiplicación de fracciones y números mixtos, por ejemplo, al usar modelos visuales de fracciones o ecuaciones para representar el problema.</p> |
|--|---|

7. Apply and extend previous understandings of division to divide unit fractions by whole numbers and whole numbers by unit fractions.¹

- a. Interpret division of a unit fraction by a non-zero whole number, and compute such quotients. *For example, create a story context for $(\frac{1}{3}) \div 4$, and use a visual fraction model to show the quotient. Use the relationship between multiplication and division to explain that $(\frac{1}{3}) \div 4 = \frac{1}{12}$ because $(\frac{1}{12}) \times 4 = \frac{1}{3}$.*
- b. Interpret division of a whole number by a unit fraction, and compute such quotients. *For example, create a story context for $4 \div (\frac{1}{5})$, and use a visual fraction model to show the quotient. Use the relationship between multiplication and division to explain that $4 \div (\frac{1}{5}) = 20$ because $20 \times (\frac{1}{5}) = 4$.*
- c. Solve real world problems involving division of unit fractions by non-zero whole numbers and division of whole numbers by unit fractions, e.g., by using visual fraction models and equations to represent the problem. *For example, how much chocolate will each person get if 3 people share $\frac{1}{2}$ lb of chocolate equally? How many $\frac{1}{3}$ -cup servings are in 2 cups of raisins?*

7. Aplican y extienden conocimientos previos sobre la división para dividir fracciones unitarias entre números enteros y números enteros entre fracciones unitarias.¹

- a. Interpretan la división de una fracción unitaria entre un número entero distinto al cero, y calculan sus cocientes. *Por ejemplo, crean el contexto de un cuento para $(\frac{1}{3}) \div 4$, y utilizan un modelo visual de fracciones para expresar el cociente. Utilizan la relación entre la multiplicación y la división para explicar que $(\frac{1}{3}) \div 4 = \frac{1}{12}$ porque $(\frac{1}{12}) \times 4 = \frac{1}{3}$.*
- b. Interpretan la división de un número entero entre una fracción unitaria y calculan sus cocientes. *Por ejemplo, crean en el contexto de un cuento $4 \div (\frac{1}{5})$, y utilizan un modelo visual de fracciones para expresar el cociente. Utilizan la relación entre la multiplicación y la división para explicar que $4 \div (\frac{1}{5}) = 20$ porque $20 \times (\frac{1}{5}) = 4$.*
- c. Resuelven problemas del mundo real relacionados a la división de fracciones unitarias entre números enteros distintos al cero y la división de números enteros entre fracciones unitarias, por ejemplo, utilizan modelos visuales de fracciones y ecuaciones para representar el problema. *Por ejemplo, ¿cuánto chocolate tendrá cada persona si 3 personas comparten $\frac{1}{2}$ libra de chocolate en partes iguales? ¿Cuántas porciones de $\frac{1}{3}$ de taza hay en 2 tazas de pasas?*

Convert like measurement units within a given measurement system.

1. Convert among different-sized standard measurement units within a given measurement system (e.g., convert 5 cm to 0.05 m), and use these conversions in solving multi-step, real world problems.

Represent and interpret data.

2. Make a line plot to display a data set of measurements in fractions of a unit ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$). Use operations on fractions for this grade to solve problems involving information presented in line plots. *For example, given different measurements of liquid in identical beakers, find the amount of liquid each beaker would contain if the total amount in all the beakers were redistributed equally.*

Geometric measurement: understand concepts of volume and relate volume to multiplication and to addition.

3. Recognize volume as an attribute of solid figures and understand concepts of volume measurement.
 - a. A cube with side length 1 unit, called a “unit cube,” is said to have “one cubic unit” of volume, and can be used to measure volume.
 - b. A solid figure which can be packed without gaps or overlaps using n unit cubes is said to have a volume of n cubic units.
4. Measure volumes by counting unit cubes, using cubic cm, cubic in, cubic ft, and improvised units.
5. Relate volume to the operations of multiplication and addition and solve real world and mathematical problems involving volume.

Convierten unidades de medida equivalentes dentro de un mismo sistema de medición.

1. Convierten unidades de medición estándar de diferentes tamaños dentro de un sistema de medición dado (por ejemplo, convierten 5 cm en 0.05 m), y utilizan estas conversiones en la solución de problemas de varios pasos y del mundo real.

Representan e interpretan datos.

2. Hacen un diagrama de puntos para mostrar un conjunto de medidas en unidades fraccionarias ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$). Efectúan operaciones con fracciones apropiadas a este grado, para resolver problemas relacionados con la información presentada en los diagramas de puntos. *Por ejemplo, dadas diferentes medidas de líquido en vasos idénticos de laboratorio, hallan la cantidad de líquido que cada vaso contiene si la cantidad total en todos los vasos fuera redistribuida igualmente.*

Medición geométrica: comprenden conceptos de volumen, y relacionan el volumen con la multiplicación y la suma.

3. Reconocen el volumen como un atributo de las figuras sólidas y entienden los conceptos de la medición del volumen.
 - a. Se dice que un cubo con lados de 1 unidad, llamado “unidad cúbica”, tiene “una unidad cúbica” de volumen, y ésta se puede utilizar para medir el volumen.
 - b. Se dice que una figura sólida que se puede rellenar con la unidad cúbica n sin dejar espacios o superposiciones tiene un volumen de n unidades cúbicas.
4. Miden volúmenes contando unidades cúbicas, utilizando centímetros cúbicos, pulgadas cúbicas, pies cúbicos, y otras unidades improvisadas.
5. Relacionan el volumen con las operaciones de multiplicación y suma para resolver problemas matemáticos y del mundo real relativos al volumen.

- a. Find the volume of a right rectangular prism with whole-number side lengths by packing it with unit cubes, and show that the volume is the same as would be found by multiplying the edge lengths, equivalently by multiplying the height by the area of the base. Represent threefold whole-number products as volumes, e.g., to represent the associative property of multiplication.
- b. Apply the formulas $V = l \times w \times h$ and $V = b \times h$ for rectangular prisms to find volumes of right rectangular prisms with whole-number edge lengths in the context of solving real world and mathematical problems.
- c. Recognize volume as additive. Find volumes of solid figures composed of two non-overlapping right rectangular prisms by adding the volumes of the non-overlapping parts, applying this technique to solve real world problems.

- a. Hallan el volumen de un prisma rectangular recto con lados que se miden en números enteros, llenando el prisma con unidades cúbicas, y demostrando que el volumen es el mismo que se hallaría multiplicando la altura por el área de la base. Representan tres veces el producto de un número entero como un volumen, por ejemplo, para representar la propiedad asociativa de la multiplicación.
- b. Aplican las fórmulas $V = l \times a \times h$ y $V = b \times h$ de los prismas rectangulares para hallar los volúmenes de prismas rectangulares rectos cuyos lados se miden en números enteros, en el contexto de resolver problemas matemáticos y del mundo real.
- c. Reconocen el volumen como una suma. Hallan el volumen de figuras sólidas compuestas de dos prismas rectangulares rectos que no se sobrepongan, sumando los volúmenes de las partes que no se sobreponen, y aplican esta técnica para resolver problemas del mundo real.

Graph points on the coordinate plane to solve real-world and mathematical problems.

1. Use a pair of perpendicular number lines, called axes, to define a coordinate system, with the intersection of the lines (the origin) arranged to coincide with the 0 on each line and a given point in the plane located by using an ordered pair of numbers, called its coordinates. Understand that the first number indicates how far to travel from the origin in the direction of one axis, and the second number indicates how far to travel in the direction of the second axis, with the convention that the names of the two axes and the coordinates correspond (e.g., x-axis and x-coordinate, y-axis and y-coordinate).
2. Represent real world and mathematical problems by graphing points in the first quadrant of the coordinate plane, and interpret coordinate values of points in the context of the situation.

Classify two-dimensional figures into categories based on their properties.

3. Understand that attributes belonging to a category of two-dimensional figures also belong to all subcategories of that category. *For example, all rectangles have four right angles and squares are rectangles, so all squares have four right angles.*
4. Classify two-dimensional figures in a hierarchy based on properties.

Footnotes:

- ¹ Students able to multiply fractions in general can develop strategies to divide fractions in general, by reasoning about the relationship between multiplication and division. But division of a fraction by a fraction is not a requirement at this grade.

Representan puntos gráficos en un plano de coordenadas para resolver problemas matemáticos y del mundo real.

1. Utilizan un par de rectas numéricas perpendiculares, llamadas ejes, para definir un sistema de coordenadas, situando la intersección de las rectas (el origen) para que coincida con el 0 de cada recta y con un punto determinado en el plano que se pueda ubicar usando un par de números ordenados, llamados coordenadas. Entienden que el primer número indica la distancia que se recorre desde el origen en dirección sobre un eje, y el segundo número indica la distancia que se recorre sobre el segundo eje, siguiendo la convención de que los nombres de los dos ejes y los de las coordenadas correspondan (por ejemplo, el eje x con la coordenada x, el eje y con la coordenada y).
2. Representan problemas matemáticos y del mundo real al representar gráficamente puntos en el primer cuadrante del plano de coordenadas e interpretan los valores de los puntos de las coordenadas según el contexto.

Clasifican figuras bidimensionales en categorías según sus propiedades.

3. Entienden que los atributos que pertenecen a una categoría de figuras bidimensionales también pertenecen a todas las subcategorías de dicha categoría. *Por ejemplo, todos los rectángulos tienen cuatro ángulos rectos y los cuadrados son rectángulos; por lo tanto, todos los cuadrados tienen cuatro ángulos rectos.*
4. Clasifican las figuras bidimensionales dentro de una jerarquía, según sus propiedades.

Notas:

- ¹ Los estudiantes con capacidad de multiplicar fracciones en general pueden desarrollar estrategias para dividir fracciones en general, al racionalizar la relación entre multiplicación y división. Sin embargo, la división de una fracción por una fracción no es un requisito en este grado.



©San Diego County Office of Education
December 2012
6401 Linda Vista Road, San Diego, CA 92111
858.292.3500 • www.sdcoe.net

Board of Education

Mark C. Anderson • Susan Hartley • Sharon C. Jones • Lyn Neylon • J. Gregg Robinson

San Diego County Superintendent of Schools

Randolph E. Ward, Ed.D.

Learning and Leadership Services Division
Debbie Beldock, Assistant Superintendent

English Learner and Support Services
Monica Nava, Senior Director

Bilingual Services
Antonio Mora, Director